

## Az áram és a mágneses tér kapcsolata

Mágneses tér jellemzése:

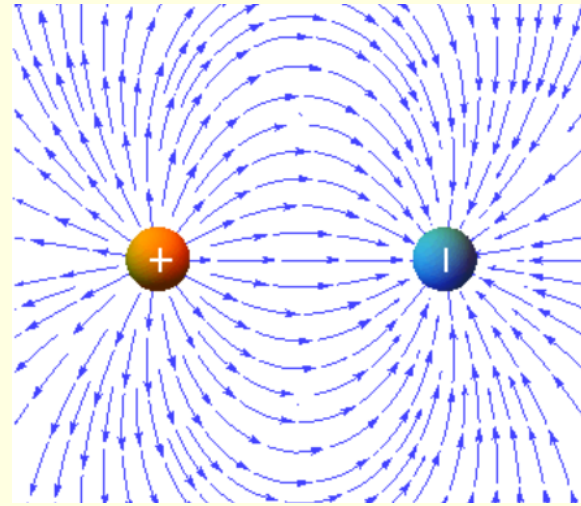
Mágneses térerősség:  $H$  (A/m)

Mágneses indukció:  $B$  (T = Vs/m<sup>2</sup>)

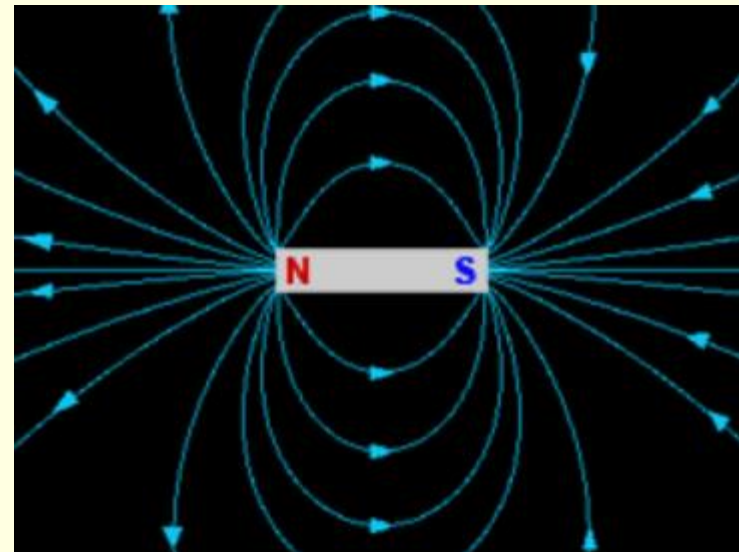
$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$$

## Sztatikus terek

Elektrosztatikus tér:  
forrásos erőter

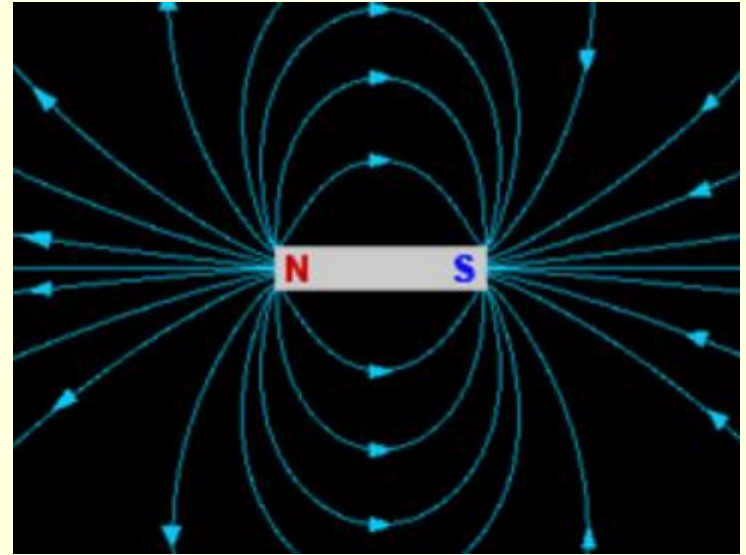


Magnetosztatikus tér:  
örvényes erőter  
(az eltérés a mágnes  
belsejében van , ott  
„visszafele” mutat, örvény)



Ok: nincs mágneses  
monopólus

Magnetosztatikus tér:  
örvényes erőter  
(az eltérés a mágnes  
belsejében van, ott  
„visszafele” mutat, örvény)



Permanens mágnes mágneses tere:  
nehéz szabályozni



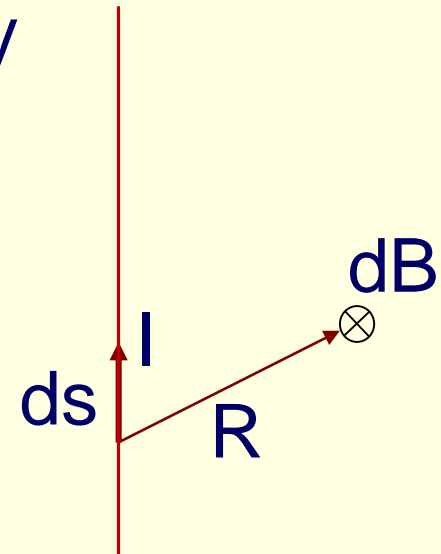
Áram mágneses tere

## Áram mágneses tere

### Biot-Savart törvény:

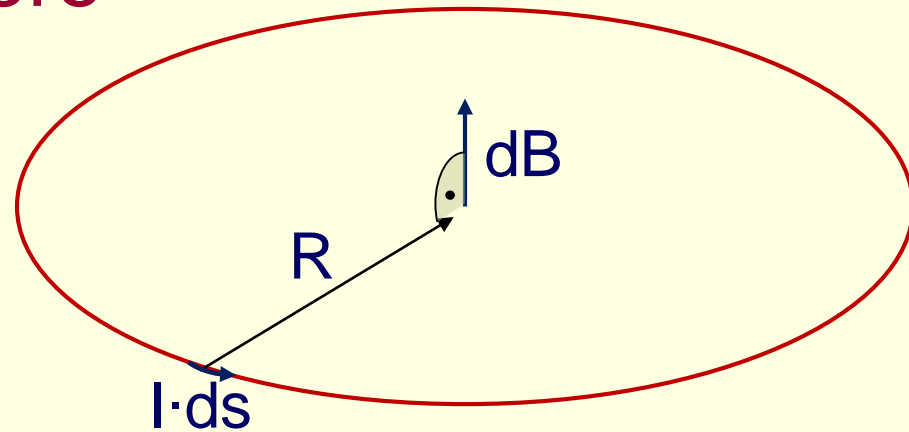
$I \cdot ds$  áramelem mágneses tere egy tőle  $R$  vektornyira levő pontban:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{\vec{ds} \times \vec{r}}{r^3}$$



## Körvezető mágneses tere Biot-Savart törvény:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{\vec{ds} \times \vec{r}}{r^3}$$



$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{\vec{ds} \times \vec{r}}{r^3}$$

Mivel  $ds$  merőleges  $R$ -re, így  $\vec{ds} \times \vec{r} = ds \cdot r$ , amiből:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \int ds = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cdot 2r\pi = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{r}$$

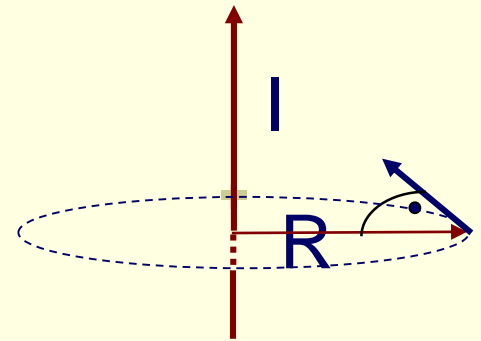
## Áram mágneses tere Gerjesztési törvény:

Egy zárt görbe mentén a mágneses indukció vektor integrálja a görbe által határolt felületen átmenő eredő áramerősség  $\mu_0$ -szorosával egyezik meg.

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \mu_0 \cdot \Sigma I$$

Alkalmazás:

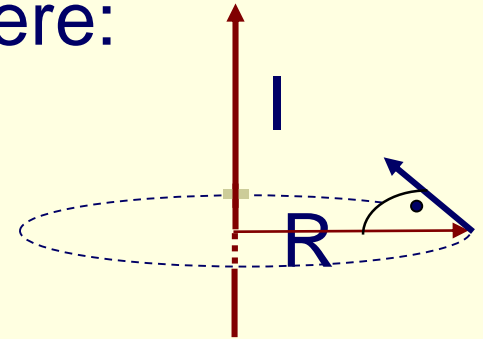
- hosszú egyenes vezető mágneses tere
- Tekercs mágneses tere



Gerjesztési törvény  $\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \mu_0 \cdot \Sigma I$

Hosszú egyenes vezető mágneses tere:  
Zárt görbe: kör

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \oint B \cdot ds \cdot \cos 0 =$$



$$\oint B \cdot ds = B \cdot \oint ds = B \cdot 2r\pi = \mu_0 \cdot I$$

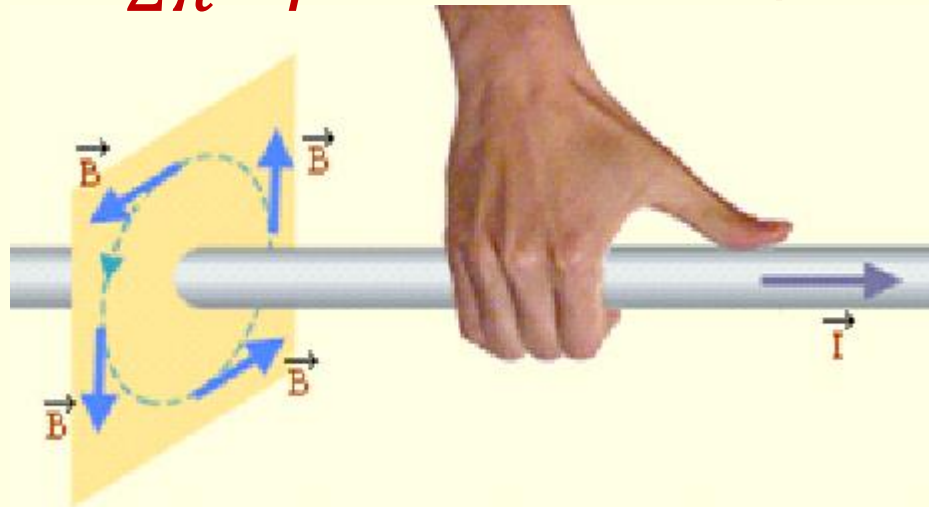
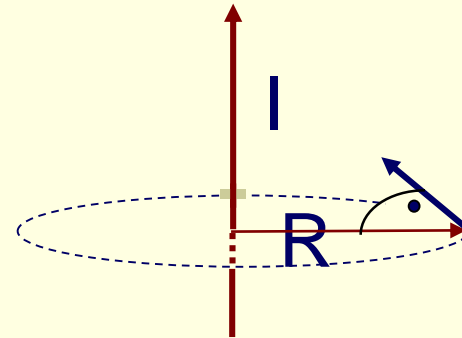
Innét átrendezve:  $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$



## Áram mágneses tere

Hosszú egyenes vezető mágneses tere:  
Jobbkéz szabály

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$



<http://astronomy.sussex.ac.uk/~sjo/teach/em2002/lecture16/lecture16.ppt>

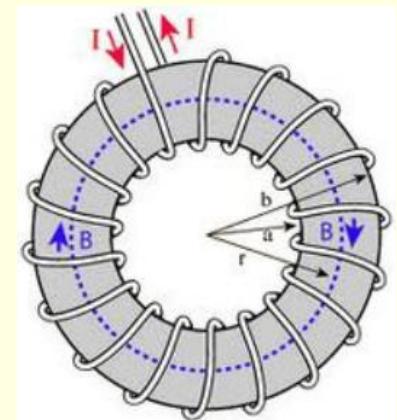
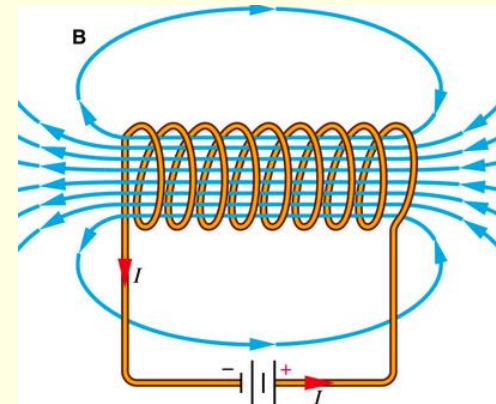
## Áram mágneses tere Gerjesztési törvény

Egyenes tekercs mágneses tere ( a belsejében homogén mágneses tér):

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{\ell}$$

Toroid mágneses tere:

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

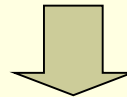


## Lorentz erő: mágneses térben **mozgó** töltésre ható erő

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

nagysága:  $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$

iránya:  $\vec{F}$ ,  $\vec{v}$  és  $\vec{B}$  jobbsodrású koordináta-rendszer alkot. (jobbkez szabály)



Erő merőleges a sebességre!  $\Rightarrow$  körmozgás?!

Lorentz erő  $\Rightarrow$  kísérlet

Közelítsünk mágnest a képcsöves tv  
képernyőjéhez



Eltorzítja a képet, illetve a színes  
képek „kiszínezi”

Magyarázat: mágneses tér eltéríti a  
mozgó elektronokat.

# Lorentz erő: mágneses térben **mozgó** töltésre ható erő

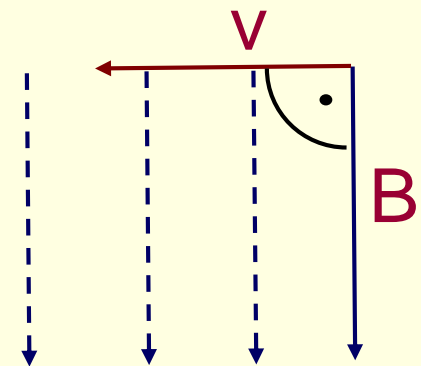
merőlegesen belőtt töltés ( $\alpha=90^\circ$ ):  
egyenletes körmozgás

$$F = q \cdot v \cdot B = ma_{cp} = mv^2/R$$



$$R = \frac{mv}{qB} \quad \text{a pályasugár.}$$

$$T = \frac{2R\pi}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \quad \text{a periódusidő.}$$



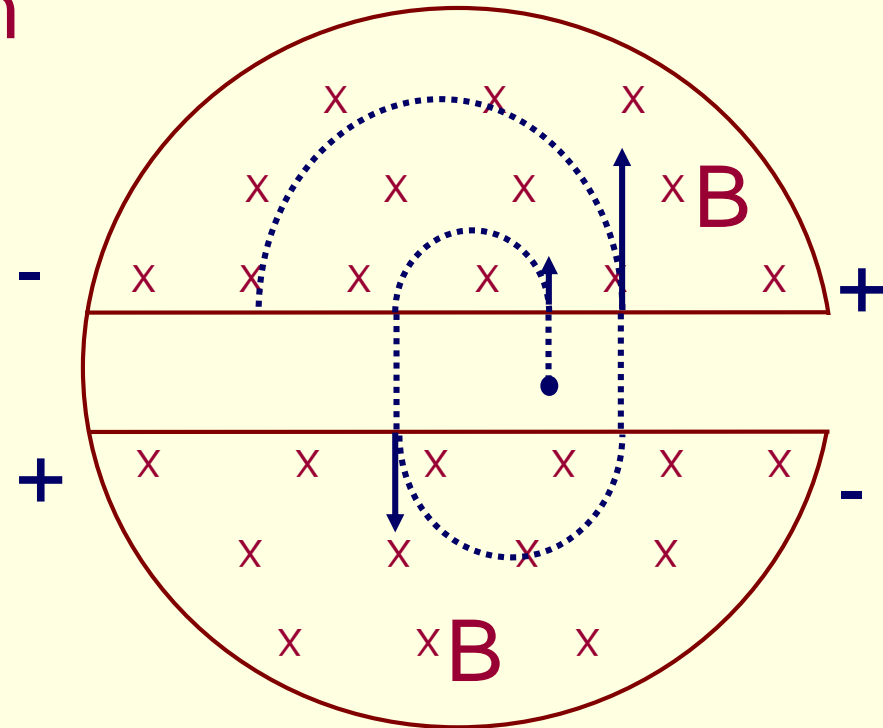
Lorentz erő  $\Rightarrow$  ciklotron

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Periódusidő független  
a sebességtől



Egyszerű vezérlés!  
(állandó frekvenciájú  
polaritás váltás)

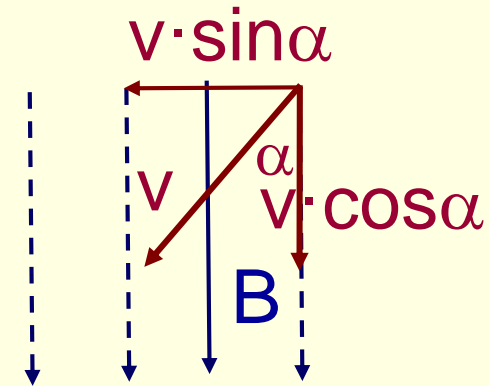


## Lorentz erő

Térre merőleges irányban körmozgás:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

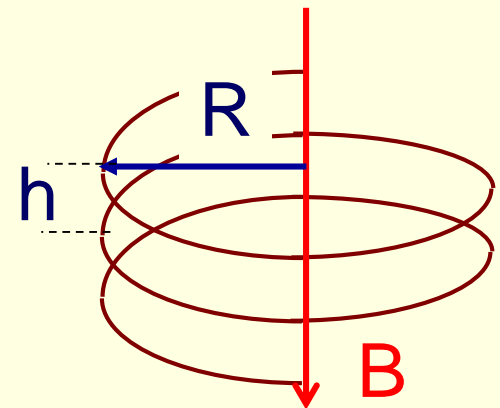
$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$



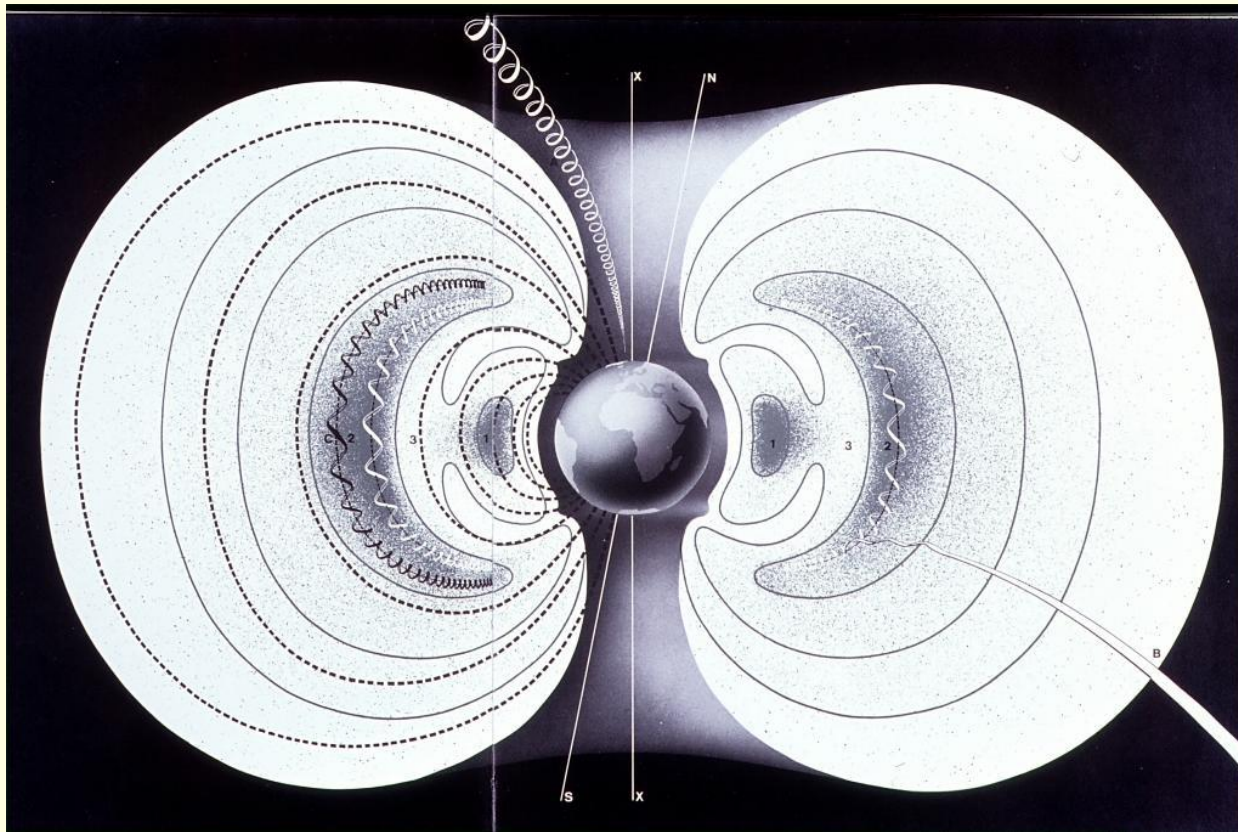
Térrel párhuzamos irányban nincs erőkomponens:

$$h = v \cdot \cos \alpha \cdot T \quad h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}$$

Spirálpálya!



**Lorentz erő  $\Rightarrow$  sarki fény** (aurora borealis, aurora australis)  
Hogy védi meg a mágneses tér a Földet a töltött részecskéktől



[http://kmr.nada.kth.se/math/pointfocus/Celestial\\_Navigation/Earth\\_in\\_space/Earth-magnetic-field.jpg](http://kmr.nada.kth.se/math/pointfocus/Celestial_Navigation/Earth_in_space/Earth-magnetic-field.jpg)



Lorentz erő  $\Rightarrow$  sarki fény (aurora borealis, aurora australis)



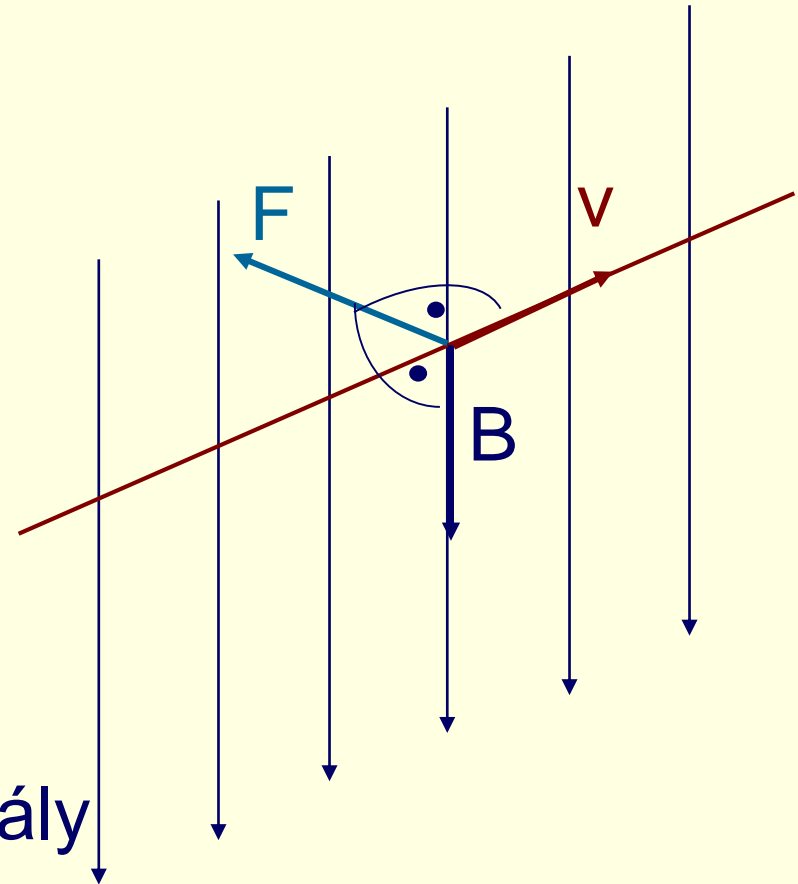
Lorentz erő  $\Rightarrow$  árammal átjárt vezetőre  
mágneses térben ható erő

A mozgó töltésekre  
(elektronokra) ható  
Lorentz erők eredője.

$$\vec{F} = \ell \cdot \vec{I} \times \vec{B}$$

$$|F| = \ell \cdot I \cdot B \cdot \sin\alpha$$

$\vec{F}$ ,  $\vec{I}$ ,  $\vec{B}$  – jobbkez szabály



árammal átjárt vezetőre mágneses térben ható erő

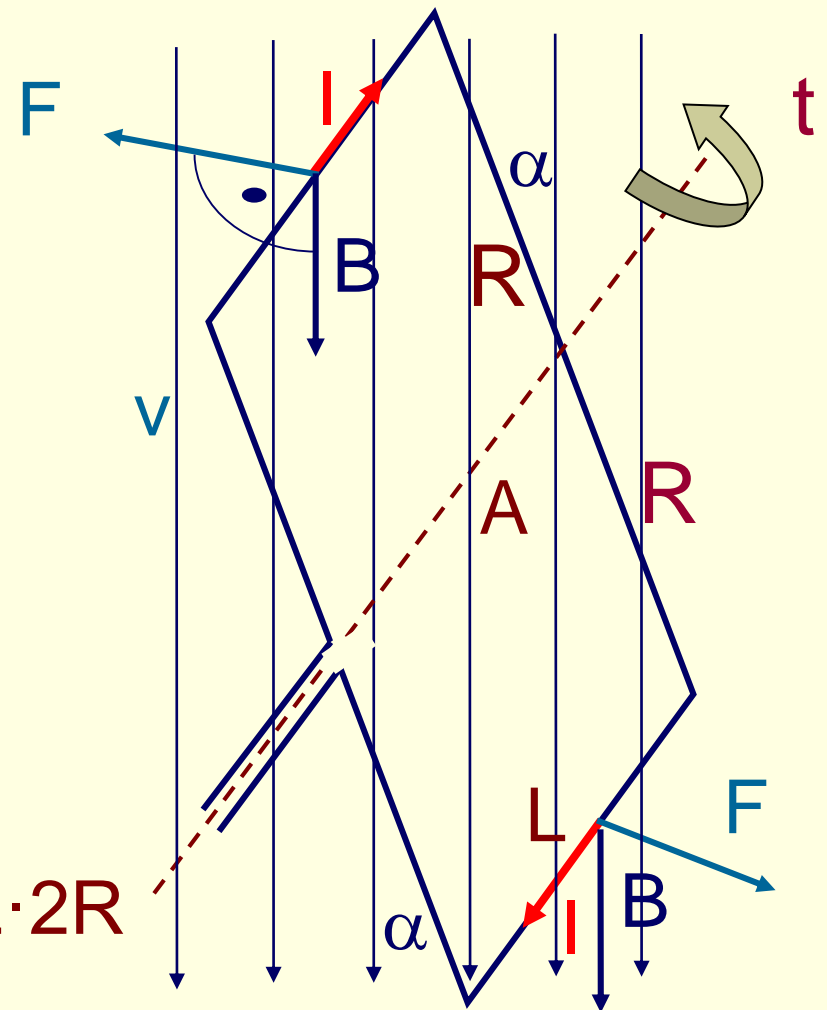
Egyenáramú motor modellje

A tengellyel párhuzamos szakaszokra ható erők forgatónyomatéka:

$$M = 2 \cdot F \cdot R \cdot \cos \alpha$$

$$M = 2 \cdot BIL \cdot R \cdot \cos \alpha$$

$$M = B \cdot I \cdot A \cdot \cos \alpha, \text{ ahol } A = L \cdot 2R$$

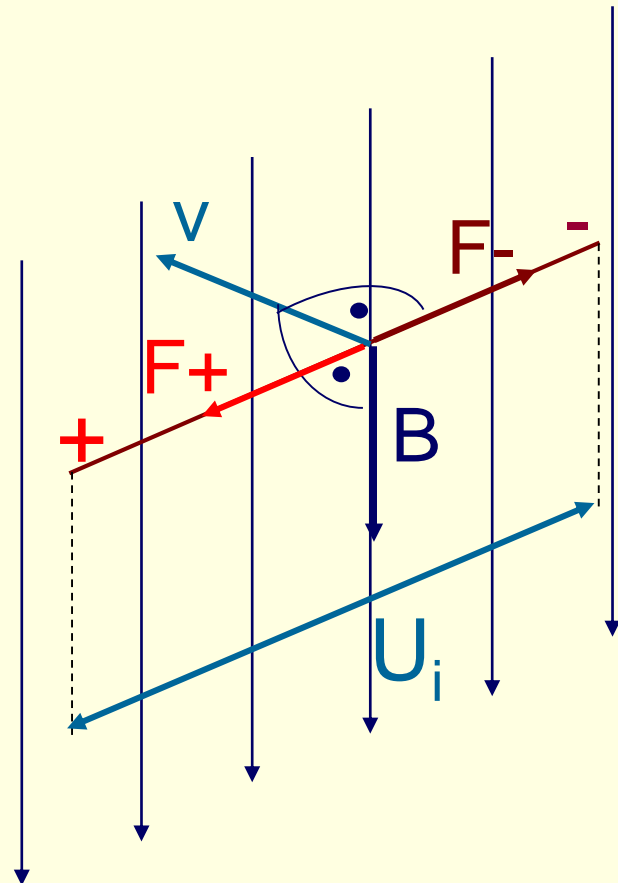


Lorentz erő  $\Rightarrow$  mozgási indukció

$$U_i = B \cdot l \cdot v$$

Ha nem merőlegesek az irányok:

$$U_i = B \cdot l \cdot v \cdot \sin\alpha \cdot (\sin\beta)$$



Mozgási indukció felhasználása:

A mozgási indukció törvénye szerint:  $U_i = B \cdot L \cdot v \cdot \sin \alpha$ .



Egy Airbus A380 esetén:

$L = 80 \text{ m}$ ,  $v \sim 1000 \text{ km/h} \sim 280 \text{ m/s}$ ,  $B \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

Ha  $\alpha = 90^\circ \Rightarrow U_i \sim 0,5 \text{ V}$

Kihasználhatjuk-e ezt az indukált feszültséget egy repülőn áram termelésre?

Nem! A zárt áramkörben az eredő indukált feszültség nulla!

mozgási indukció példa: generátor

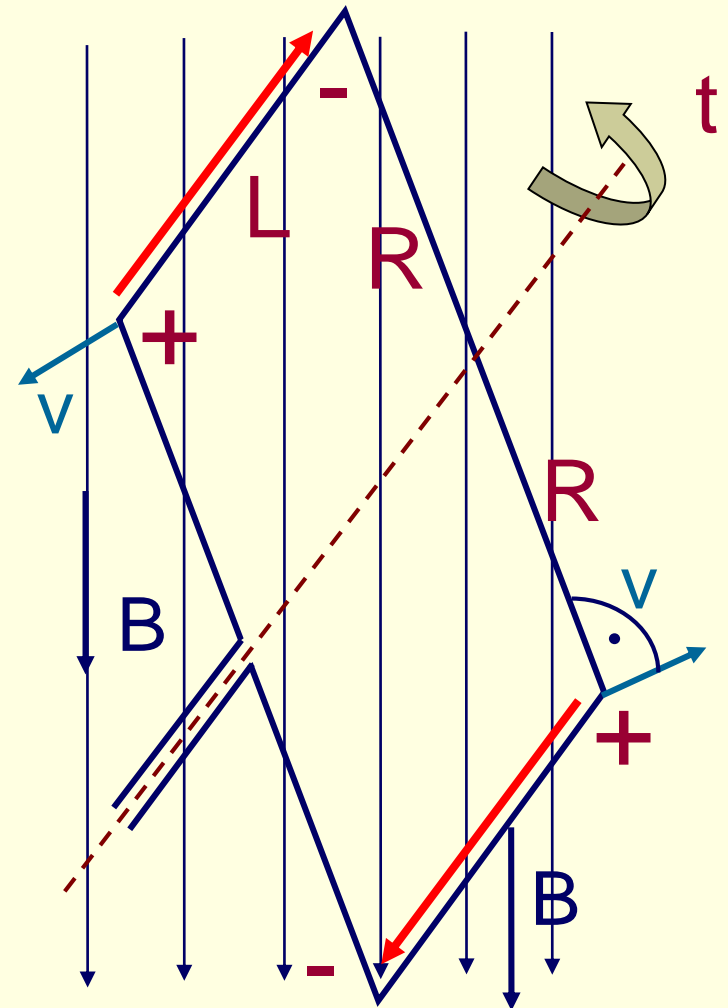
A tengellyel párhuzamos szakaszokon indukálódott feszültségek összeadódnak.

$$U = 2 \cdot B \cdot L \cdot v \cdot \sin\alpha$$

Mivel  $v = R\omega$ , és  $\alpha = \omega t$

$$U = B \cdot L \cdot 2 \cdot R \cdot \omega \cdot \sin\omega t$$

$$U = B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin\omega t$$



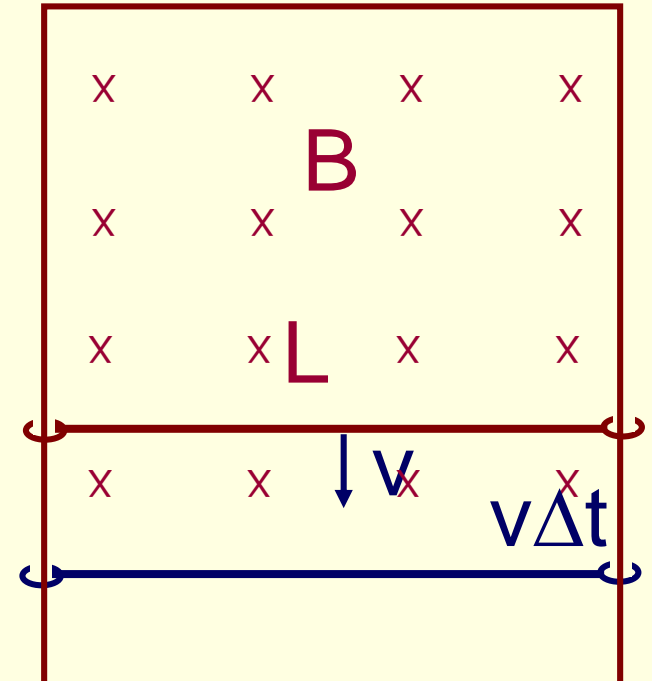
## Nyugalmi indukció

$$|U_i| = B \cdot L \cdot v$$

$$|U_i| = \frac{B \cdot L \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t}$$

$$|U_i| = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t}$$

Jelölés:  $\Phi = B \cdot A$



$$|U_i| = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

## Nyugalmi indukció

Faraday – féle indukció törvény:

$$|U_i| = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

**Lenz törvény:** Az indukált feszültség mindig olyan polaritású, hogy az általa létrehozott áram akadályozza az őt létrehozó hatást.



## Kísérlet indukcióra

### Lenz karika

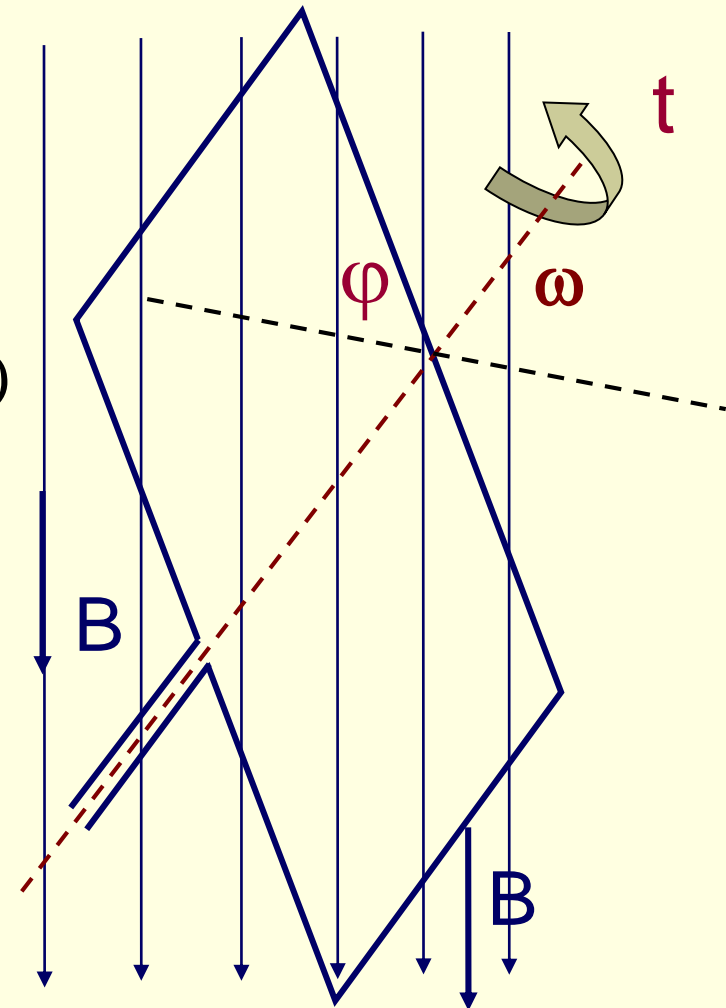
## Váltóáram

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \varphi = B \cdot A \cdot \cos(\omega t)$$

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \cdot A \cdot (-\sin(\omega t) \cdot \omega)$$

$$U_i = B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

$$U_i = U_0 \cdot \sin(\omega t)$$

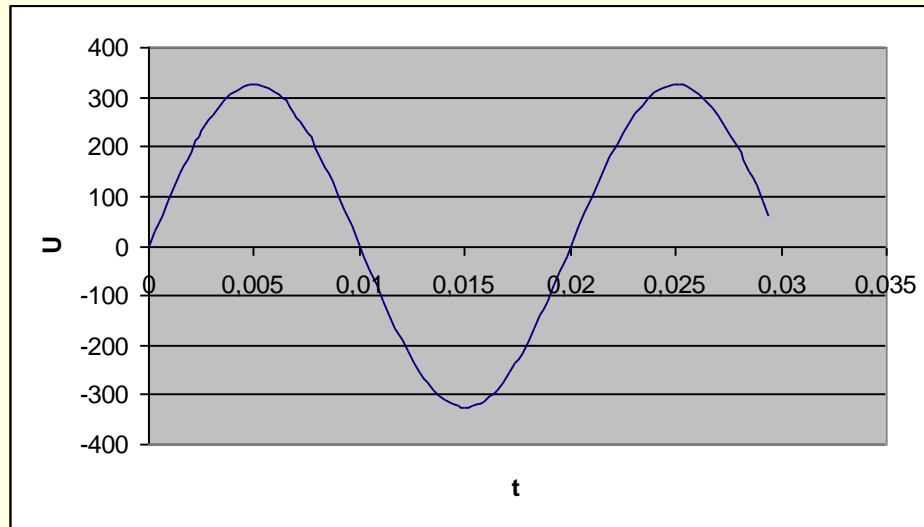


## Váltóáram

$$U(t) = B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin \omega t = U_0 \cdot \sin \omega t$$

$U_0$  – maximális feszültség

$\omega = 2\pi f$  – körfrekvencia



Milyen értékkel  
jellemezzük?  
(multiméter)

Következő előadás:  
Váltóáramú hálózatok,  
elektromágneses hullámok,  
Maxwell egyenletek.

Addig is jó pihenést!