

Olaj viszkozitásának mérése

A mérés célja: A mérés során egy függőleges, néhány cm átmérőjű üvegcsőbe öntött olaj viszkozitását kell meghatározni a bele dobott, néhány mm átmérőjű (az olajénál nagyobb sűrűségű) üveggolyók süllyedési sebességének mérésével.

A mérés elve: Az olajban süllyedő golyóra mozgás közben három erő hat:

lefele a gravitációs erő : $G = \rho_g V g$

felfele a felhajtó erő : $F_f = \rho_o V g$

és felfele a Stokes-féle közegellenállási erő : $F_s = 6 \pi R \eta v$

ahol ρ_g illetve ρ_o a golyó illetve az olaj sűrűsége, V a golyó térfogata, R a golyó sugara, η az olaj viszkozitása és v a golyó süllyedési sebessége az olajban.

Newton II. és IV. törvénye szerint ($\Sigma F = m a$), azaz:

$\rho_g V g - \rho_o V g - 6 \pi R \eta v = m a$ osztunk $m = \rho_g V$ - vel:

$$g \cdot \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho_g} \right) - \frac{6\pi R \eta}{m} \cdot v = a, \quad \text{bevezetve az } A = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho_g} \right), \quad B = \frac{6\pi R \eta}{m}$$

jelöléseket, az egyenlet $A - Bv = a$ alakra hozható, ahol v a pillanatnyi sebesség, a a pillanatnyi gyorsulás értéke.

Ha felhasználjuk, hogy a gyorsulás a pillanatnyi sebesség deriváltja (idő szerinti első differenciálhányadosa), akkor az egyenlet $A - Bv = dv/dt$ alakú lesz. Az A és B értékei esetünkben állandók. Ennek felhasználásával az előbbi egyenlet így írható fel:

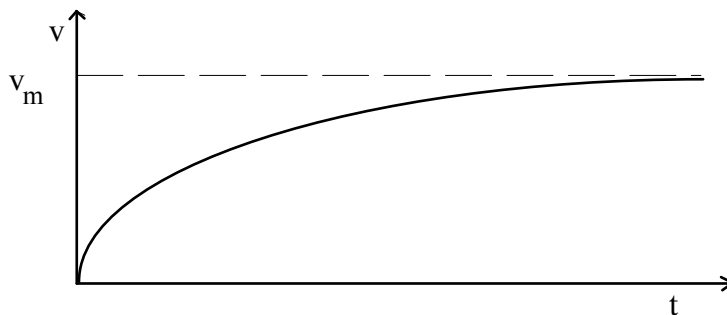
$$A - Bv = a = \frac{dv}{dt} = - \frac{1}{B} \frac{d(A - Bv)}{dt}$$

Ez az úgynevezett differenciálegyenlet éppúgy meghatározza az $A - Bv$ (és így a v) függvényt, ahogy a "rendes" algebrai egyenletek is meghatározzák azokat a számokat, amelyek a megoldásukat adják.

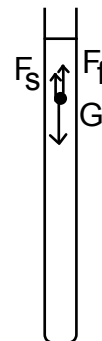
A differenciálszámításból ismert, hogy a $C \cdot e^{-\frac{1}{B}t}$ függvény deriváltja $-1/B$ - szerese önmagának, azaz belátható, hogy a differenciálegyenletből $A - Bv = C \cdot e^{-\frac{1}{B}t}$ következik. Feltételezve, hogy álló helyzetből indul a test, ($t=0$ esetén $v=0$ is teljesül) $A=C$ egyenlőség adódik azaz innét $v-t$ kifejezve a pillanatnyi sebességre a következő kifejezést kapjuk:

$$v(t) = \frac{A}{B} \left(1 - e^{-\frac{1}{B}t} \right)$$

A függvényt ábrázolva látjuk, hogy a test sebessége a $v_m = A/B$ hányadoshoz áll be.



A mérést elvégezve, az általunk mért adatok ismeretében kiszámolható, hogy a kapott negatív exponenciális függvény a másodperc tört része alatt eléri a maximális sebesség ($V_m = A/B$) 99,9 %-át, azaz a mérési szakaszban a golyó - a mérési pontosságon jóval belül - egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. A golyó haladási sebességére ilyenkor



$$v_m = \frac{A}{B} = g \left(\frac{\rho_g - \rho_o}{\rho_g} \right) \cdot \frac{6\pi R \eta}{\rho_g V} = \frac{2(\rho_g - \rho_o)R^2 g}{9 \eta}$$

a golyó térfogatára $V=(4/3)R^3\pi$ beírásával az olaj viszkozitása:

$$\eta = \frac{2(\rho_g - \rho_o)R^2 g}{9 v_m} = \frac{2(\rho_g - \rho_o)R^2 g t}{9 L}$$

ahol $v_m=L/t$ a haladás sebessége (L utat tesz meg a golyó t idő alatt v_m sebességgel).

Ha már tudjuk, hogy a test gyakorlatilag egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, akkor a maximális sebességre és a viszkozításra kapott összefüggést megkaphatjuk úgy is, ha felírjuk hogy a golyóra ható erők eredője nulla, azaz $\rho_g V g = \rho_o V g + 6 \pi R \eta v_m$. Ezt az egyenletet v_m -re rendezve a $V=(4/3)R^3\pi$ helyettesítéssel ismét (1) egyenletet kapjuk.

Mérendő mennyiségek: A mérés során meg kell mérnünk az (1) kifejezés jobb oldalán szereplő mennyiségeket. Az olaj sűrűségét közösen mérjük, egy Mohr-Westphal mérleggel. A golyó sűrűségének megállapításához szükségünk van a golyó tömegére és sugarára (itt az alkalmazott mérlegek kis pontossága miatt a méréshez használt öt golyó tömegét egyszerre kell lemérni, és utána osztani öttel az átlagtömeg kiszámolásához, a sugár helyett pedig az átmérőt tudjuk egyszerűen mérni). A test sebességének mérése pedig - kihasználva, hogy a mérési tartományban a golyó állandó sebességgel mozog - az üvegre karcolt két jel távolságának, és a két jel közötti út megtételéhez szükséges idő mérésének alapján történik felhasználva az $L = v_m t$ összefüggést..

A mérés menete: A mérést minden mérőcsoport öt golyóval végzi. Először lemérjük az öt golyó együttes tömegét - ebből számoljuk az átlagos tömeget, majd egyenként az öt golyó átmérőjét - ezekből számoljuk átlagolással az átlagos átmérőt és sugarat. **Ezután** a golyókat egyesével beledobjuk a függőleges olajcsőbe, és megmérjük - az előzőleg megmért távolságú - két jel között a süllyedési időt. Ügyelni kell arra, hogy a golyó lehetőleg a cső középvezonájában essen. Ez a cső függőlegesre állításával, illetve a golyónak a cső középvezonájáról való indításával érhető el. Amennyiben a golyó a falhoz tapadva halad, az így kapott süllyedési idő észlelhetően nagyobb a többi értéknél. Ebben az esetben a nyilvánvalóan hamis eredményt ki kell hagyni. A kapott öt idő átlaga adja az átlagos süllyedési időt.

A mérés kiértékelése: A mérési eredmények alapján kiszámítjuk a viszkozitás számolásához szükséges részeredményeket (pl. golyó átlagsűrűsége, golyó átlagsebessége, stb.) , és az így kapott eredményekkel behelyettesítünk, az (1) összefüggésbe és kiszámoljuk a viszkozitás értékét.

Hibaszámolás: Természetesen a kapott mérési eredmény értékéhez meg kell adni, hogy az mekkora pontossággal vehető figyelembe. Az eredmény hibája a közvetlenül mért értékek hibájából a hibaterjedésnek az alapl műveletekre vonatkozó szabályai segítségével számolható. (Lásd külön anyag az interneten a hibaszámolásról). Az átmérőnél és a süllyedési időnél a statisztikus hiba, a tömegmérésnél és a jeltávolság mérésénél a mérőeszköz legkisebb egysége - a használt legkisebb tömeg (általában 1-5 cg) illetve a vonalzón 1 mm - adja az abszolút hibát.

Jegyzőkönyv: A mérésről mérési jegyzőkönyvet kell készíteni aminek tartalmaznia kell:

- a mérést végző személy(ek) nevét és csoportszámát
- a mérés idejét,
- a mérés elvét (fizikai törvények)
- a mérés menetét
- a mérési eredményeket (adott esetben táblázat)
- a kiértékelést
- hibaszámolást
- a kiszámolt eredményt hibakorlással.