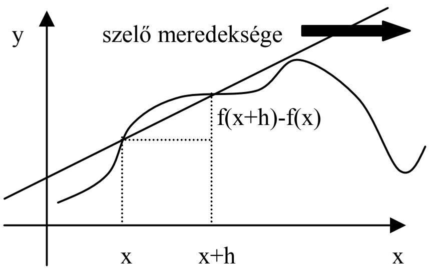
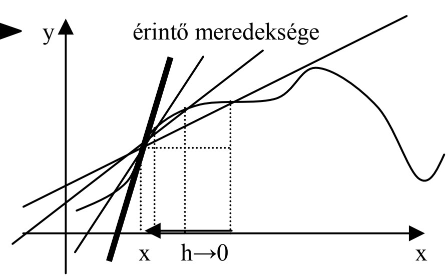
I. DERIVÁLÁS

1. Definíció: x→f(x) függvény deriváltja az x helyen:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$





A függvény ÉT-ának pontjaihoz az adott pontbeli érintők meredekségét rendelve kapjuk a ***deriváltfüggvény**t*.

Jelölés: $f'(x) = \dfrac{df(x)}{dx}$

2. Néhány elemi fv. deriváltja:

f	f’	pl.
c (konstans)	0	8’=0
x^n (n tetszőleges)	nx^{n-1}	$(x^5)'=5x^4$, $(x^{-3})'=-3x^{-4}$
e^x	e^x	
lnx	1/x	
sinx	cosx	
cosx	-sinx	

3. Deriválási szabályok példákkal:

$(cf)'=c(f)'$ konstans kihozható a deriválás elé pl. $(5x^2)'=5(x^2)'=5\cdot 2x$

$(f\pm g)'=f'\pm g'$ összeg, különbség deriválása tagonként pl. $(x^3+x^4)'=(x^3)'+(x^4)'=3x^2+4x^3$

$(f\cdot g)'=f'g+fg'$ szorzat deriválása pl. $((2x+1)x^2)'=(2x+1)'x^2+(2x+1)(x^2)'=2x^2+(2x+1)2x$

$(f/g)'=\dfrac{f'g-fg'}{g^2}$ hányados deriválása pl.

$$\left(\frac{2x+1}{3x-1}\right)' = \frac{(2x+1)'(3x-1)-(2x+1)(3x-1)'}{(3x-1)^2} = \frac{2(3x-1)-(2x+1)3}{(3x-1)^2}$$

$(f\circ g)'=(f'\circ g)g'$ összetett függvény deriválásakor az alapderiválást elvégezve a belső fv. deriváltjával szorzunk pl.

$((2x-5)^3)'=3(2x-5)^2\cdot(2x-5)'=3(2x-5)^2\cdot 2$

$(e^{-0,5x})' = e^{-0,5x}\cdot(-0,5)$, $(\sin 3x)' = 3\cos 3x$

4. Kiegészítések:

- Az *idő szerinti deriválás* a fizikában kitüntetett, ponttal jelöljük: $f'(t)=\dfrac{df(t)}{dt}=\dot{f}$.
- *Második derivált*: $f''(t)=\dfrac{d^2 f}{dt^2}=\ddot{f}$.
- *Parciális derivált*: a függvény többváltozós, és az egyik változója szerint deriválunk (ilyenkor a többi változót paraméterként kezelve végezzük a deriválást).

Jelölés: $\dfrac{\partial f(x,y,z)}{\partial x}$ pl: $\dfrac{\partial(5x^2+3y^2zx-6y^3+8x-2)}{\partial x}$ = $10x+3y^2z+8$

5. Alkalmazás:

- Szélsőértékfeladatok megoldásánál: ahol a derivált 0-val egyenlő, ott a fv-nek lokális szélsőértéke van.
- Út-idő, sebesség-idő, gyorsulás-idő függvények közötti kapcsolat:

  $v(t)=\dot{s}(t)$ $a(t)=\dot{v}(t)=\ddot{s}(t)$

  Pl. *<u>egyenletesen változó mozgás</u>* *<u>Harmonikus rezgőmozgás</u>*

egyenletesen változó mozgás	Harmonikus rezgőmozgás
$s(t)=v_0t+\frac{a}{2}t^2$	$s(t)=A\sin(\omega t)$
$v(t)=v_0+at$	$v(t)=A\omega\cos(\omega t)$
a=áll.	$a(t)=-A\omega^2\sin(\omega t)$

<u>II. INTEGRÁLÁS</u> A deriválás inverz művelete, jelentése a görbe alatti terület.

1. Definíció:

Az F(x) fv. a f(x) fv. integrálja, ha $f(x)=\dfrac{dF(x)}{d(x)}=F'(x)$

Jelölése: $\int f(x)dx=F(x)$ ahol F(x) a határozatlan integrál vagy primitívfüggvény

Ha F(x) primitívfv., akkor F(x)+c is az, mivel konstans deriváltja 0.

2. Néhány elemi fv. primitívfv-e:

f	$\int f$	pl.
c (konstans)	cx	$\int 8dx$ =8x
x^n $(n\neq -1)$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$	$\int x^5dx=\dfrac{x^6}{6}$
1/x	lnx	
e^x	e^x	
sinx	-cosx	
cosx	sinx	

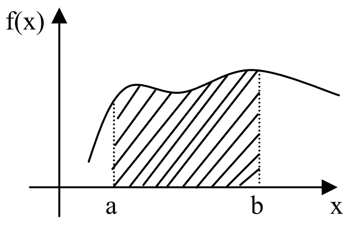
3. Integrálási szabályok:

$\int cf=c\int f$ $\int(f\pm g)=\int f\pm\int g$

4. Határozott integrál:

$$\int_a^b f=-\int_b^a f$$

$$\int_a^b f=F(b)-F(a)$$ (Newton-Leibniz formula)



5. Példa:

$$\int(x^2-3x+2)dx=\frac{x^3}{3}-3\frac{x^2}{2}+2x+c$$

$$\int_2^5(x^2-3x+2)dx=\left[\frac{x^3}{3}-3\frac{x^2}{2}+2x\right]_2^5=\left(\frac{5^3}{3}-3\frac{5^2}{2}+2\cdot5\right)-\left(\frac{2^3}{3}-3\frac{2^2}{2}+2\cdot2\right)=13{,}5$$