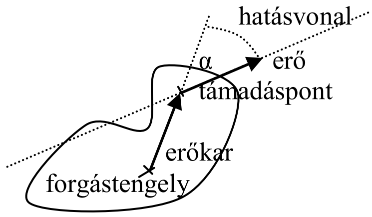
4. előadás
Merev testek

1. **Merev test**: melynek bármely két pontja közötti távolság erőhatás közben is állandó.
   **Általános mozgása**: haladó mozgás (transzláció) + forgó mozgás (rotáció)
      bármilyen mozgást végez, ebből a kettőből összetehető
      pl. haladó mozgás körpályán: óriáskerék fülkéi; forgó: óriáskerék forgó szerkezete
2. **Forgatónyomaték:** $\vec{M} = \vec{r} x \vec{F}$   M=rFsinα
   [M]=Nm

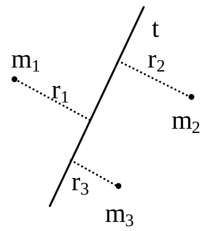



3. **Tömegközéppont:**
   tömegpontrendszer tömegközéppontjának koordinátái:

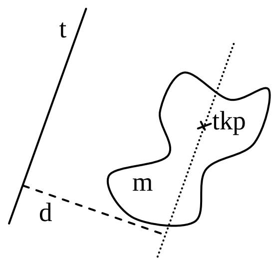
$$x = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}, \quad y = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}, \quad z = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$$

   Pappos tétele:
4. **Egyensúly:** $\sum \vec{F} = 0$ és $\sum \vec{M} = 0$   ( → a=0 és β=0)
5. **Forgás rögzített tengely körül**:
   - a test minden pontjának szögsebessége egy-egy adott időpillanatban ugyanakkora, de ω időben változhat
   - $\sum \vec{M} = \Theta \vec{\beta}$   a forgó mozgás alapegyenlete
6. **Tehetetlenségi nyomaték**:
   a test forgómozgással szembeni tehetetlenségének mértéke

$$\Theta = \sum_i m_i r_i^2 \qquad [\Theta] = kgm^2$$

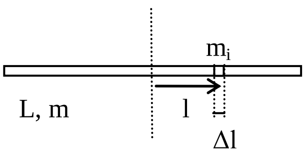



**Steiner tétele**: $\Theta_t = \Theta_{tkp} + md^2$




Vékony rúd tehetetlenségi nyomatéka a rúdra merőleges, tömegközépponton átmenő tengelyre:

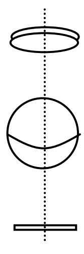
$$\Theta = \sum m_i l^2 = \sum \rho A \Delta l l^2 \Rightarrow= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \rho A l^2 dl = \rho A \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} l^2 dl = \rho A \left[ \frac{l^3}{3} \right]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{1}{12} \rho A \frac{L^3}{3} = \frac{1}{12} mL^2$$




Korong ill. henger: $\Theta = \frac{1}{2} mr^2$

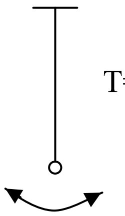
Gömb: $\Theta = \frac{2}{5} mr^2$

Rúd: $\Theta = \frac{1}{12} mL^2$



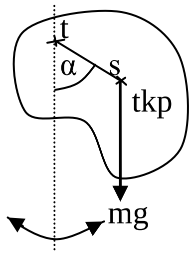
7. F**izikai inga**

a, *matematikai inga*:



$T=2\Pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

b, *fizikai inga*




$T=2\Pi\sqrt{\frac{\Theta}{mgs}}$

Lengésidőre vonatkozó összefüggés levezetése a harmonikus rezgőmozgás analógiájára:

| ***harmonikus rezgőmozgásra:*** | ***fizikai ingára:*** |
|---|---|
| -Dx=F | -mgssinα=M |
| -Dx=ma | -mgssinα=Θβ |
| $-Dx=m\ddot{x}$ | $-mgs\sin\alpha=\Theta\alpha$ ha α<< → sinα ~ α |
| | $-mgs\alpha=\Theta\alpha$ |
| differenciálegyenlet: $-\frac{D}{m}x=\ddot{x}$ *(1)* | $-\frac{mgs}{\Theta}\alpha=\alpha$ |
| megoldása: Asin(ωt)=x(t) | azonos alakú a differenciálegyenlet |
| $A\omega\cos(\omega t)=\dot{x}(t)$ | ↓ |
| $-A\omega^2\sin(\omega t)=\ddot{x}(t)$ | |
| $-\omega^2 x=\ddot{x}$ *(2)* | |
| *(1)* és *(2)* összevetéséből: $\omega=\sqrt{\frac{D}{m}}$ | $\omega=\sqrt{\frac{mgs}{\Theta}}$ |
| $T=2\Pi\frac{1}{\omega}=2\Pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ | $T=2\Pi\sqrt{\frac{\Theta}{mgs}}$ |