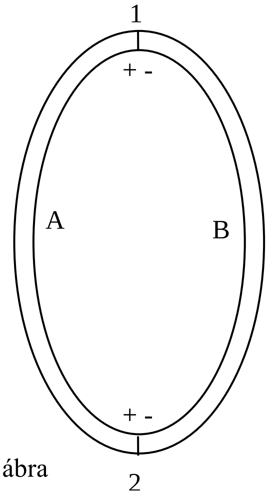
I. labormérés

Termoelem kalibrációja

A mérés célja: A termoelem hőmérséklet-feszültség kalibrációs függvényének meghatározása.

A mérés fizikai elve: A termoelem kétféle fémből általában az 1. ábrán látható módon megvalósított mérőérzékelő, amely hőmérsékletmérésre használható. Működési elve a következő: Közismert, hogy a fémes kötés kialakulásakor az ún. vegyérték elektronok leszakadnak az atomról, és a fémrácsban a pozitív rácsionok elektromos terében közelítőleg szabadon mozognak. Az elektrosztatikus potenciális energia figyelembe vételével elmondhatjuk, hogy az elektronok a rácsionok által létrehozott potenciálgödörben vannak, amelynek mélysége - azaz egy elektronnak a fémből való kiléptetéséhez szükséges munka - a fém anyagi minőségétől függ. Ebből adódik, hogy különböző fémekben különböző lesz a potenciálgödör mélysége, azaz ha két különböző anyagi minőségű fémet összeérintünk, akkor a potenciálkádak potenciálszintjei kiegyenlítődnek. Ez úgy megy végbe, hogy az egyik fémről elektronok mennek át a másik fémre. Eközben azonban az eredetileg elektromosan semleges fémfelületek egyike negatív, másika pozitív töltésű lesz, azaz a két fém közötti határfelületen elektromos tér alakul ki, ami azzal jár, hogy a két fémfelület között elektromos feszültség keletkezik. A termoelemes hőmérsékletmérés alapját az adja, hogy az így keletkező, úgynevezett érintkezési feszültség hőmérsékletfüggő, azaz függ az adott érintkezési felület éppen aktuális hőmérsékletétől.

Tegyük fel, hogy az A és B jelű fémek összeillesztésekor az A lesz pozitív és a B negatív töltésű. Ha a kétféle fémből elkészítjük az 1. ábrán látható zárt kört, akkor ezek szerint az így létrehozott termoelem mindkét érintkezési felületén feszültség ébred (az 1 felületen U_1, a 2 felületen U_2). Az előjelekből is látható, hogy ebben a zárt elektromos körben az eredő feszültség $U=U_1-U_2$. Azaz figyelembe véve az érintkezési feszültség hőmérséklet függését, egy konkrét termoelemen a zárt körben mérhető feszültség csak a két érintkezési felület t_0 illetve t hőmérsékletétől függ. (Például ha a két érintkezési felület azonos hőmérsékletű, akkor a körben indukálódó eredő feszültség nulla).



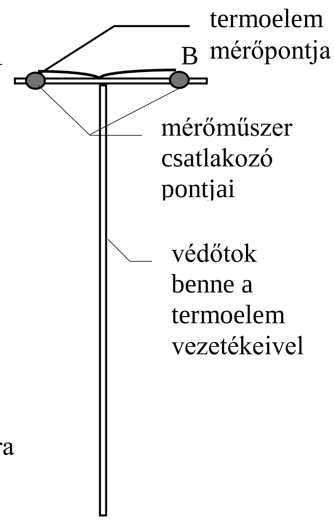
1. ábra

A termoelem használatakor általában az egyik érintkezési felületet állandó hőmérsékleten tartják (hidegponti ill. referencia hőmérséklet, t_0), míg a másik felületet (mérőpont, t) az ismeretlen hőmérsékletű közegbe mártják, illetve az ismeretlen hőmérsékletű testhez illesztik. Ekkor a körön mért feszültség és a t_0 ismeretében a t kiszámolható.

Ahhoz, hogy a termoelem hőmérséklet mérésre alkalmazható legyen, meg kell határozni a rajta indukálódott termofeszültség és a hőmérsékletváltozás kapcsolatát, pontosabban az ezt leíró matematikai összefüggést, amit kalibrációs függvénynek is neveznek. Általában ehhez a referenciahőmérsékletet (t_0) egy jól reprodukálható értékre (pl. 0 Celsius) választják, de a labormérés közben számunkra t_0 a környezeti hőmérséklet lesz.

A mérőeszköz a 2. ábrán látható (következő oldal). A használt termoelem két vezetéke egy védőtokban helyezkedik el, ezért azok nem láthatók, a tok lezárt végén (belül) van a termoelem mérőpontja, ott érintkezik egymással a két különböző anyagi minőségű drót, egyébként a védőtokon belül egymástól elektromosan szigetelve vannak. a hidegpont pedig a termoelem kivezetési pontja, ahol a mérőműszer két vezetékét a termoelemhez csatlakoztatjuk.

A mérés menete: A mérés során tehát meg kell határoznunk, hogy az adott hidegponti hőmérséklet mellett a mérőpont hőmérséklete és a termoelemen mérhető termofeszültség milyen kapcsolatban van egymással. A mérés során a termoelem mérőpontját főzőpohárban levő vízbe mártjuk, és az éppen aktuális mérőponti hőmérsékletet - amely persze a víz mindenkori hőmérsékletével egyezik meg, egy hőmérővel mérjük. A termoelemen keletkező termofeszültséget pedig a termoelemre kapcsolt érzékeny feszültségmérővel mérjük. Mivel az alkalmazott **réz-konstantán termoelem** termofeszültsége is csak kb. 40 μV fokonként - ami egyébként nagynak számít a termoelemek között- így még ha 100 Celsius fokos hőmérsékletkülönbséget állítanánk elő a termoelem két érintkezési pontja között, akkor is legfeljebb 4 mV lenne a körön mérhető feszültség. Ez az oka, hogy a kisebb hőmérsékletkülönbségek kiméréséhez jó feszültségmérőre (általában tized, század mV felbontású műszerre) van szükség.



2. ábra

A mérés során a főzőpohárban levő víz hőmérsékletét szobahőmérsékletről indulva felmelegítjük kb. 80 °C-ra, és közben tized milivoltonként leolvassuk az éppen aktuális víz hőmérsékletet, azaz amikor a feszültségmérő által mutatott feszültség 0,1 mV-al megnő, leolvassuk a hőmérő állását. Fontos, hogy a mérés során legalább 10-15 adatpárt felvegyünk. Hogy a vízben ne alakulhasson ki hőmérséklet-különbség, és a termoelem mérőpontja tényleg a hőmérő által mutatott hőmérsékleten legyen, a mérés közben folyamatosan keverjük a főzőpohárban levő vizet! A mért adatokat egy táblázatba rögzítsük.
:

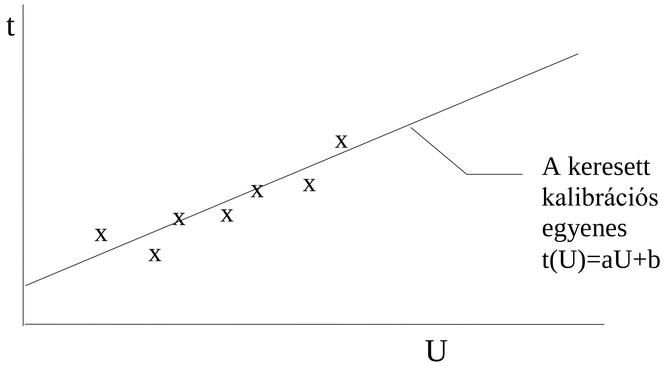
U(mV)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	...
t (°C)					...		

A mérési eredmények kiértékelése, a kalibrációs egyenes meghatározása: Ahogy azt a mérési eredmények (remélhetőleg) tükrözni is fogják, egy ilyen viszonylag szűk hőmérséklet-tartományban a termoelem termofeszültsége első közelítésben lineárisan függ a sarkain mérhető hőmérséklet-különbségtől. Azaz rögzített t_0 esetén a mért t és U értékek lineáris kapcsolatban kell hogy legyenek: amit az

$$t(U) = a \cdot U + b$$

egyenlet fejez ki , és a mérés kiértékelése során az a feladatunk, hogy meghatározzuk a mért adatok alapján ezt az egyenest, vagyis az egyenes *a* és *b* együtthatójának értékét.

Mivel "szemre" persze nagyon sokféle egyenes berajzolható az X-el ábrázolt mérési pontok közé, meg kell határoznunk, hogy mi mit tekintünk a mérési pontokra legjobban illeszkedő egyenesnek. Az első gondolat ilyenkor persze az, hogy a mérési pontok átlagos távolsága az egyenestől lehetőleg minél kisebb legyen. Mérhetnénk itt a mérési pontoknak az egyenestől mért függőleges eltéréseinek előjeles összegét. Ha az i-ik (i=1,2,3,...,n) mérési adatpár hőmérséklet illetve feszültség értékét t_i-vel ill. U_i-vel jelöljük, akkor egy ilyen mérési pont függőleges eltérése a keresett egyenestől:



$t_i - (a*U_i + b)$.

Persze ilyenkor ez az eltérés negatív és pozitív előjelű is lehet, tehát ha ezeket az eltéréseket összegezzük, előfordulhat, hogy az összegük nulla, azaz úgy tűnik, mintha az átlagos eltérés kicsi lenne, holott csak a mérési pontok váltakozva helyezkednek el a keresett egyenes alatt és fölött. Tehát a kiválasztott módszerrel kapcsolatban a problémát az adja, hogy az eltéréseknek igazából csak a nagyságára van szükségünk, az előjelére nem.

Ezért az eltérések négyzetösszegének a minimumát vesszük, a négyzetfüggvény ugyanis az előjelet is eltünteti, és deriválható is. Ezt a közelítési módszert **a legkisebb négyzetek módszeré**nek nevezzük.

Tekintsük tehát az $S = \sum_{i=1}^{n} \left(t_i - \left(a \cdot U_i + b\right)\right)^2$ egyenletet. Azt az egyenest tekintjük a t_i, U_i pontokra legjobban illeszkedő egyenesnek, amelynek a és b együtthatóira az S függvény értéke (azaz az egyenestől vett négyzetösszege) minimális lesz. Mivel a t_i és U_i értékeit ismerjük, számunkra most S egy kétváltozós (a és b a két ismeretlen) függvény, amelynek keressük a legkisebb értékét. Az S (a,b) kétváltozós függvény minimumhelye ott van, ahol a parciális deriváltuk nullák (ebben az esetben az egyéb matematikai feltételek mellőzhetők. Esetünkben a két parciális derivált:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^{n} 2 \cdot \left(t_i - a \cdot U_i - b\right) \cdot \left(-U_i\right) \quad \text{illetve} \quad \frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^{n} 2 \cdot \left(t_i - a \cdot U_i - b\right) \cdot \left(-1\right)$$

Itt felhasználtuk az összetett függvény deriválási szabályát, vagyis hogy egy kifejezés négyzetének deriváltja az kétszer a kifejezés értéke, szorozva a belső függvény deriváltjával. Ezt használtuk fel az első sorban az S függvény "a" szerinti, a második sorban pedig a "b" szerinti deriváltjánál.

Felhasználva, hogy ezek a parciális deriváltak a legjobban közelítő egyenes esetén, azaz S minimum értékénél nullát kell hogy adjanak:

$$\sum_{i=1}^{n} 2 \cdot \left(t_i - a \cdot U_i - b\right) \cdot \left(-U_i\right) = 0 \quad \text{illetve} \quad \sum_{i=1}^{n} 2 \cdot \left(t_i - a \cdot U_i - b\right) \cdot \left(-1\right) = 0.$$

A zárójelet felbontva és egyszerűsítve

$$\sum_{i=1}^{n} t_i \cdot U_i - a \cdot \sum_{i=1}^{n} U_i^2 - b \cdot \sum_{i=1}^{n} U_i = 0 \quad \text{valamint} \quad \sum_{i=1}^{n} t_i - a \cdot \sum_{i=1}^{n} U_i - n \cdot b = 0 \quad \text{egyenletekhez jutunk.}$$

Ebben a két egyenletben már csak a és b az ismeretlen. Például az első egyenlet n -szereséből kivonva a második ΣU_i-szeresét, a b ismeretlen kiesik az így kapott egyenletből, és az a együtthatóra a $t_á = \Sigma t_i$ / n illetve az $U_á = \Sigma U_i$ / n átlagokkal:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(t_i \cdot U_i\right) - n \cdot t_á \cdot U_á}{\sum_{i=1}^{n} U_i^2 - n \cdot U_á^2}, \qquad b = t_á - a \cdot U_á$$

Vagyis a mért értékekből ezzel a módszerrel megkapjuk az őket legjobban közelítő egyenes paramétereit.

A mérési adatokra legjobban illeszkedő egyenes egyenlete az itt megadott eljárás mellett természetesen egyéb módszerekkel (pl. EXCEL program vagy matematikai programok) is meghatározható, de csak megfelelő dokumentációval (pl. táblázat kinyomtatásával, és nem csak az egyenes egyenletének megadásával) fogadható el.

Adja meg a mért adatok alapján meghatározott kalibrációs egyenes egyenletét és milliméter papíron a mérési pontokat és az illesztett egyenest ábrázolja közös koordináta-rendszerben